

<b>Prefazione</b>		<b>xvii</b>
<b>1 Un'introduzione informale agli algoritmi</b>		<b>1</b>
1.1 I numeri di Fibonacci . . . . .		2
1.2 Un algoritmo numerico . . . . .		4
1.3 Un algoritmo ricorsivo . . . . .		6
1.4 Un algoritmo iterativo . . . . .		9
1.5 Occupazione di memoria . . . . .		10
1.6 Notazione asintotica . . . . .		12
1.7 Un algoritmo basato su potenze ricorsive . . . . .		13
1.8 Esercizi . . . . .		19
1.9 Problemi . . . . .		19
1.10 Sommario . . . . .		20
1.11 Note bibliografiche . . . . .		21
<b>2 Modelli di calcolo e metodologie di analisi</b>		<b>23</b>
2.1 Modelli di calcolo . . . . .		23
2.1.1 Criteri di costo uniforme e logaritmico . . . . .		24
2.2 La notazione asintotica $O$ , $\Omega$ , $\Theta$ . . . . .		25
2.3 Delimitazioni inferiori e superiori . . . . .		27
2.4 Metodi di analisi . . . . .		29
2.4.1 Caso peggiore, caso migliore e caso medio . . . . .		30
2.4.2 Analisi della ricerca sequenziale . . . . .		31
2.4.3 Un algoritmo più veloce: la ricerca binaria . . . . .		34
2.5 Analisi di algoritmi ricorsivi . . . . .		36
2.5.1 Metodo dell'iterazione . . . . .		37
2.5.2 Metodo della sostituzione . . . . .		38
2.5.3 Il teorema fondamentale delle ricorrenze . . . . .		40
2.5.4 Altre tecniche utili . . . . .		44
2.6 Analisi di algoritmi randomizzati . . . . .		45
2.7 * Analisi ammortizzata . . . . .		47
2.7.1 Il metodo dei crediti . . . . .		50
2.7.2 Il metodo del potenziale . . . . .		51
2.8 * Modelli evoluti: la gerarchia di memoria . . . . .		53
2.9 Esercizi . . . . .		55
2.10 Problemi . . . . .		57

---

2.11	Sommario . . . . .	59
2.12	Note bibliografiche . . . . .	60
<b>3</b>	<b>Strutture dati elementari</b>	<b>63</b>
3.1	Tecniche per rappresentare collezioni di oggetti . . . . .	65
3.1.1	Strutture indicizzate: array . . . . .	65
3.1.2	Strutture collegate: record e puntatori . . . . .	68
3.2	Pile e code . . . . .	70
3.3	Alberi . . . . .	72
3.3.1	Rappresentazioni indicizzate . . . . .	74
3.3.2	Rappresentazioni collegate . . . . .	75
3.3.3	Visite di alberi . . . . .	77
3.4	Esercizi . . . . .	80
3.5	Problemi . . . . .	80
3.6	Sommario . . . . .	82
3.7	Note bibliografiche . . . . .	83
<b>4</b>	<b>Ordinamento</b>	<b>85</b>
4.1	Una delimitazione inferiore al numero di confronti . . . . .	87
4.1.1	Alberi di decisione . . . . .	87
4.1.2	La delimitazione inferiore nel caso peggiore . . . . .	89
4.2	Ordinare in tempo quadratico . . . . .	90
4.2.1	Ordinamenti incrementali . . . . .	90
4.2.2	Ordinamento a bolle . . . . .	93
4.3	Heapsort . . . . .	95
4.3.1	Struttura dati heap . . . . .	95
4.3.2	Ordinare <i>in loco</i> mediante heap . . . . .	100
4.4	Mergesort . . . . .	101
4.5	Quicksort . . . . .	104
4.5.1	Analisi di Quicksort . . . . .	105
4.6	Bucketsort . . . . .	108
4.7	Radixsort . . . . .	111
4.8	Esercizi . . . . .	114
4.9	Problemi . . . . .	115
4.10	Sommario . . . . .	118
4.11	Note bibliografiche . . . . .	118
<b>5</b>	<b>Selezione e statistiche di ordine</b>	<b>121</b>
5.1	Selezione per piccoli valori di $k$ . . . . .	122
5.1.1	Ricerca del secondo minimo . . . . .	123
5.1.2	L'algoritmo Heapsselect . . . . .	125
5.2	Selezione randomizzata . . . . .	126
5.3	Selezione deterministica . . . . .	130
5.3.1	Mediano dei mediani . . . . .	131
5.4	Esercizi . . . . .	135

---

5.5	Problemi . . . . .	137
5.6	Sommario . . . . .	138
5.7	Note bibliografiche . . . . .	139
<b>6</b>	<b>Alberi di ricerca</b> . . . . .	<b>141</b>
6.1	Alberi binari di ricerca . . . . .	142
6.2	Alberi AVL . . . . .	147
6.2.1	Altezza di un albero AVL . . . . .	148
6.2.2	Ribilanciamento tramite rotazioni . . . . .	150
6.2.3	Modifiche del dizionario . . . . .	151
6.3	* Alberi auto-aggiustanti . . . . .	155
6.3.1	L'operazione splay . . . . .	155
6.3.2	Analisi basata sul potenziale . . . . .	157
6.4	Alberi 2-3 . . . . .	161
6.4.1	Fusioni e separazioni di nodi . . . . .	162
6.5	B-alberi . . . . .	165
6.5.1	Definizioni e proprietà . . . . .	167
6.5.2	Inserimenti e cancellazioni di chiavi . . . . .	168
6.6	Alberi 2-3-4 e alberi rosso-neri . . . . .	171
6.7	Esercizi . . . . .	174
6.8	Problemi . . . . .	175
6.9	Sommario . . . . .	177
6.10	Note bibliografiche . . . . .	178
<b>7</b>	<b>Tabelle hash</b> . . . . .	<b>179</b>
7.1	Tabelle ad accesso diretto . . . . .	179
7.2	Tabelle hash . . . . .	180
7.2.1	Definizione di funzioni hash . . . . .	183
7.3	Risoluzione delle collisioni . . . . .	185
7.3.1	Liste di collisione . . . . .	185
7.3.2	Indirizzamento aperto . . . . .	187
7.4	Esercizi . . . . .	193
7.5	Problemi . . . . .	194
7.6	Sommario . . . . .	195
7.7	Note bibliografiche . . . . .	195
<b>8</b>	<b>Code con priorità</b> . . . . .	<b>197</b>
8.1	<i>d</i> -heap . . . . .	199
8.2	Heap binomiali . . . . .	203
8.3	* Heap di Fibonacci . . . . .	207
8.3.1	Heap binomiali rilassati . . . . .	207
8.3.2	Heap di Fibonacci . . . . .	211
8.4	Esercizi . . . . .	217
8.5	Problemi . . . . .	218
8.6	Sommario . . . . .	219
8.7	Note bibliografiche . . . . .	220

---

<b>9</b>	<b>Union-find</b>	<b>223</b>
9.1	Approcci elementari al problema union-find . . . . .	224
9.1.1	Algoritmi di tipo QuickFind . . . . .	225
9.1.2	Algoritmi di tipo QuickUnion . . . . .	227
9.2	Euristiche di bilanciamento nell'operazione union . . . . .	229
9.2.1	Bilanciamento per algoritmi di tipo QuickFind . . . . .	229
9.2.2	Bilanciamento per algoritmi di tipo QuickUnion . . . . .	232
9.3	Euristiche di compressione nell'operazione find . . . . .	237
9.4	* Union-find con bilanciamento e compressione . . . . .	238
9.4.1	Proprietà del rank . . . . .	239
9.4.2	Un'analisi preliminare . . . . .	239
9.4.3	Un'analisi più raffinata . . . . .	240
9.5	Esercizi . . . . .	245
9.6	Problemi . . . . .	246
9.7	Sommario . . . . .	247
9.8	Note bibliografiche . . . . .	247
<b>10</b>	<b>Tecniche algoritmiche</b>	<b>249</b>
10.1	Tecnica <i>divide et impera</i> . . . . .	250
10.1.1	Moltiplicazione di interi di grandezza arbitraria . . . . .	251
10.1.2	Moltiplicazione tra matrici . . . . .	253
10.2	Programmazione dinamica . . . . .	254
10.2.1	Sottovettore di valore massimo . . . . .	256
10.2.2	Cammini di valore minimo su matrici . . . . .	258
10.2.3	Associatività del prodotto tra matrici . . . . .	261
10.3	Tecnica golosa (o <i>greedy</i> ) . . . . .	264
10.3.1	Il distributore automatico di resto . . . . .	266
10.3.2	Ricoprimento di punti con intervalli . . . . .	268
10.3.3	Problemi di sequenziamento . . . . .	270
10.4	Esercizi . . . . .	273
10.5	Problemi . . . . .	274
10.6	Sommario . . . . .	277
10.7	Note bibliografiche . . . . .	277
<b>11</b>	<b>Stringhe</b>	<b>279</b>
11.1	Definizioni preliminari . . . . .	280
11.2	La distanza tra due stringhe . . . . .	282
11.3	Il problema della massima sottosequenza comune . . . . .	288
11.4	Il problema dello string matching . . . . .	292
11.5	Automi a stati finiti . . . . .	295
11.6	Automi a stati finiti e stringhe . . . . .	296
11.6.1	Automi e riconoscimento di pattern . . . . .	297
11.6.2	Automi e riconoscimento di sottosequenze . . . . .	299
11.6.3	Automi e string matching . . . . .	301
11.7	* Algoritmo di Knuth, Morris e Pratt . . . . .	303
11.8	Esercizi . . . . .	310

11.9 Problemi . . . . .	311
11.10 Sommario . . . . .	312
11.11 Note bibliografiche . . . . .	313
<b>12 Grafi e visite di grafi</b>	<b>315</b>
12.1 Definizioni preliminari sui grafi . . . . .	317
12.2 Strutture dati per rappresentare grafi . . . . .	320
12.3 Visite di grafi . . . . .	326
12.3.1 Visita in ampiezza . . . . .	330
12.3.2 Visita in profondità . . . . .	335
12.3.3 Visite in ampiezza ed in profondità su grafi orientati . . . . .	339
12.4 Componenti connesse di un grafo non orientato . . . . .	341
12.5 Componenti fortemente connesse di un grafo orientato . . . . .	343
12.5.1 Un algoritmo semplice . . . . .	345
12.5.2 Un algoritmo con tempo lineare . . . . .	346
12.6 Esercizi . . . . .	354
12.7 Problemi . . . . .	355
12.8 Sommario . . . . .	357
12.9 Note bibliografiche . . . . .	357
<b>13 Minimo albero ricoprente</b>	<b>361</b>
13.1 Proprietà dei minimi alberi ricoprenti . . . . .	363
13.2 Algoritmo di Kruskal . . . . .	365
13.2.1 Implementazione mediante union-find . . . . .	366
13.3 Algoritmo di Prim . . . . .	368
13.3.1 Implementazione mediante code con priorità . . . . .	371
13.4 Algoritmo di Borůvka . . . . .	373
13.5 Esercizi . . . . .	375
13.6 Problemi . . . . .	376
13.7 Sommario . . . . .	378
13.8 Note bibliografiche . . . . .	378
<b>14 Cammini minimi</b>	<b>381</b>
14.1 Cammini minimi e distanze in un grafo . . . . .	382
14.1.1 Cammini minimi in grafi con cicli . . . . .	384
14.1.2 Distanza fra vertici in un grafo . . . . .	384
14.1.3 Costruire cammini minimi a partire da distanze . . . . .	385
14.1.4 Alberi di cammini minimi . . . . .	386
14.1.5 Varianti del problema dei cammini minimi . . . . .	387
14.2 La tecnica del rilassamento . . . . .	387
14.3 Algoritmo di Bellman e Ford . . . . .	388
14.4 Algoritmo per grafi diretti aciclici . . . . .	390
14.4.1 Ordinamento topologico . . . . .	390
14.4.2 Rilassamento in ordine topologico . . . . .	392
14.5 Algoritmo di Dijkstra . . . . .	393
14.5.1 Implementazione mediante code con priorità . . . . .	395

---

14.6	Algoritmo di Floyd e Warshall . . . . .	399
14.6.1	Algoritmo con spazio $O(n^3)$ . . . . .	400
14.6.2	Algoritmo con spazio $O(n^2)$ . . . . .	401
14.7	Esercizi . . . . .	402
14.8	Problemi . . . . .	403
14.9	Sommario . . . . .	405
14.10	Note bibliografiche . . . . .	407
<b>15</b>	<b>Flusso</b>	<b>413</b>
15.1	Reti di flusso . . . . .	414
15.2	Metodo delle reti residue . . . . .	416
15.2.1	Versione ricorsiva del metodo delle reti residue . . . . .	419
15.3	Metodo dei cammini aumentanti . . . . .	420
15.3.1	Cammini aumentanti arbitrari . . . . .	421
15.3.2	Cammini aumentanti con massima capacità residua . . . . .	422
15.4	Flusso massimo e taglio minimo . . . . .	425
15.5	Esercizi . . . . .	427
15.6	Problemi . . . . .	427
15.7	Sommario . . . . .	430
15.8	Note bibliografiche . . . . .	431
<b>16</b>	<b>Teoria della NP-completezza</b>	<b>433</b>
16.1	Complessità di problemi decisionali . . . . .	434
16.1.1	Decidere, ricercare, ottimizzare . . . . .	434
16.1.2	Classi di complessità . . . . .	435
16.2	La classe NP . . . . .	438
16.2.1	Non determinismo . . . . .	438
16.2.2	Uno sguardo alla gerarchia . . . . .	440
16.3	Problemi NP-completi . . . . .	441
16.3.1	Riducibilità polinomiale . . . . .	442
16.3.2	Il teorema di Cook . . . . .	443
16.3.3	Dimostrazioni di NP-completezza . . . . .	445
16.4	Algoritmi di approssimazione . . . . .	449
16.4.1	Copertura di vertici . . . . .	451
16.4.2	Orientazione di grafi . . . . .	452
16.5	Esercizi . . . . .	453
16.6	Problemi . . . . .	454
16.7	Sommario . . . . .	455
16.8	Note bibliografiche . . . . .	455
<b>17</b>	<b>Appendice</b>	<b>457</b>
17.1	Logaritmi e numero di Nepero . . . . .	457
17.2	Serie e successioni . . . . .	459
17.2.1	Serie aritmetica e geometrica . . . . .	459
17.2.2	Calcolo di somme per integrazione . . . . .	461
17.2.3	La successione di Fibonacci . . . . .	463

17.3	Elementi di calcolo della probabilità . . . . .	464
17.4	Elementi di calcolo combinatorio . . . . .	467
17.5	Elementi di teoria dei grafi . . . . .	468
17.5.1	Alberi . . . . .	469
17.5.2	Grafi planari . . . . .	470
17.6	Note bibliografiche . . . . .	472