

Sommario

PARTE I Elementi di base

Capitolo 1	Introduzione	3
Capitolo 2	Funzioni	37
Capitolo 3	Introduzione allo studio qualitativo	61

PARTE II Funzioni di una variabile

Capitolo 4	Introduzione alle proprietà locali e al concetto di limite	73
Capitolo 5	Successioni e serie	103
Capitolo 6	Ulteriori elementi della teoria dei limiti	139
Capitolo 7	Funzioni continue da \mathbb{R} in \mathbb{R}	157
Capitolo 8	Calcolo differenziale: funzioni da \mathbb{R} in \mathbb{R}	173
Capitolo 9	Integrali	225

PARTE III Funzioni di più variabili e funzioni vettoriali

Capitolo 10	Limiti e continuità	271
Capitolo 11	Calcolo differenziale per funzioni di più variabili	291
Capitolo 12	Curve e integrali curvilinei	319
Capitolo 13	Funzioni implicite ed estremi vincolati	339
Capitolo 14	Integrali multipli	365
Capitolo 15	Superfici e integrali di superficie; teoremi della divergenza e del rotore	395

PARTE IV Equazioni differenziali

Capitolo 16	Equazioni differenziali ordinarie	421
-------------	-----------------------------------	-----

PARTE V Funzioni olomorfe e trasformate

Capitolo 17	Funzioni complesse	461
Capitolo 18	Trasformata di Laplace	489
Capitolo 19	Serie e trasformata di Fourier	511



Indice generale

Prefazione	XII
Ringraziamenti dell'Editore	XIII
Guida alla lettura	XIV

PARTE I Elementi di base

Capitolo 1 Introduzione	3
1.1 Insiemi numerici	6
1.2 Numeri reali	9
1.2.1 Estremo superiore, inferiore - la proprietà di completezza	11
1.2.2 Radici, potenze e logaritmi	13
1.3 Numeri complessi	18
1.3.1 Radici complesse	23
1.4 Prime disuguaglianze notevoli	27
1.5 Sommatorie	28
1.6 Principio di induzione	30
Appendice 1.A Grandezze trigonometriche	32
Appendice 1.B Coefficienti binomiali	34
Capitolo 2 Funzioni	37
2.1 Funzione, dominio, immagine, grafico	37
2.2 Funzione limitata	43
2.3 Funzione iniettiva, suriettiva	45
2.4 Funzione composta	47
2.5 Funzione inversa	49
2.5.1 Le funzioni arcoseno, arcocoseno, arcotangente	52
2.6 Funzione monotona	54
2.7 Operando con le funzioni	57
Capitolo 3 Introduzione allo studio qualitativo	61
3.1 Alcune funzioni elementari	61
3.1.1 Funzione lineare e funzione potenza	62
3.1.2 Funzione esponenziale e funzione logaritmica	64
3.1.3 Polinomi quadratici	64
3.1.4 Funzioni razionali: un primo esempio	65
3.2 Dominio e grafico: esempi	65
3.3 Equazioni e disequazioni: metodo grafico	68

PARTE II Funzioni di una variabile

Capitolo 4	Introduzione alle proprietà locali e al concetto di limite	73
4.1	Intorni	73
4.1.1	Insiemi aperti e chiusi	78
4.2	Limite	80
4.3	Proprietà elementari dei limiti	84
4.4	Primi limiti notevoli	96
Capitolo 5	Successioni e serie	103
5.1	Successioni a valori in \mathbb{R}	103
5.2	Il numero e	105
5.3	Sottosuccessioni	106
5.4	Criterio di Cauchy	107
5.5	Successioni ricorsive	108
5.6	Successioni a valori complessi	111
5.7	Serie numeriche: definizione e proprietà elementari	113
5.8	Serie numeriche a termini positivi	117
5.8.1	Criterio del confronto	117
5.8.2	Criterio della condensazione	119
5.8.3	Criterio del rapporto, criterio della radice	120
5.9	Convergenza assoluta, criterio di Leibniz	122
5.10	Serie di potenze	131
5.11	Riordinamenti	134
Appendice 5.A	Prodotto di Cauchy di due serie	137
Capitolo 6	Ulteriori elementi della teoria dei limiti	139
6.1	Infinitesimi, infiniti e confronti	139
6.2	Ulteriori limiti notevoli	144
6.2.1	Funzioni iperboliche e loro inverse	150
6.3	Non esistenza di limiti	152
6.4	Asintoto orizzontale, obliquo, verticale	153
6.5	Insiemi compatti	155
Capitolo 7	Funzioni continue da \mathbb{R} in \mathbb{R}	157
7.1	Definizione di continuità	157
7.2	Punti di discontinuità	159
7.3	Teorema degli zeri	162
7.4	Continuità delle funzioni inverse	165
7.5	Funzioni continue su un intervallo chiuso e limitato	167
7.6	Continuità lipschitziana, continuità uniforme	168
Capitolo 8	Calcolo differenziale: funzioni da \mathbb{R} in \mathbb{R}	173
8.1	Retta tangente, derivata	173
8.2	Derivata destra e sinistra, punto angoloso, cuspide	178
8.3	Proprietà elementari della derivata	180
8.4	Derivate delle funzioni elementari	183
8.5	Calcolo delle derivate	185
8.6	Estremi locali e derivate	187

8.7	Teorema del valor medio e applicazioni	189
8.7.1	Monotonia e derivata	191
8.7.2	Teorema di de l'Hôpital	192
8.8	Derivate successive	197
8.9	Funzioni convesse e concave	199
8.10	Studio di funzione	202
8.11	Polinomio di Taylor	206
8.12	Applicazioni del teorema di Peano	212
8.12.1	Limiti e ordini di infinitesimo/infinito	213
8.13	Approssimazione di funzioni con polinomi di Taylor	218
8.13.1	Serie di Taylor	220
Capitolo 9 Integrali		225
9.1	Definizione di integrale di Riemann	225
9.2	Un criterio di integrabilità e classi di funzioni integrabili	228
9.3	Proprietà dell'integrale	230
9.4	Teorema fondamentale del calcolo integrale	232
9.4.1	Funzioni primitive	234
9.5	Integrazione per parti. Integrazione per sostituzione	237
9.5.1	Integrazione per parti	237
9.5.2	Integrazione per sostituzione	239
9.6	Alcune classi di funzioni integrabili elementarmente	242
9.6.1	Integrazione delle funzioni razionali	242
9.6.2	Alcune sostituzioni di base	249
9.6.3	Alcune formule ricorsive e altre primitive	253
9.7	Integrabilità in senso improprio	254
9.7.1	Criteri di convergenza: criterio del confronto	257
9.7.2	Assoluta integrabilità in senso improprio	261
9.8	Serie numeriche e integrali impropri	263
9.9	Serie di potenze e serie di Taylor	265

PARTE III Funzioni di più variabili e funzioni vettoriali

Capitolo 10 Limiti e continuità	271	
10.1	Concetti di base; intorni sferici	272
10.1.1	L'elemento ∞	275
10.2	Limiti e continuità di funzioni da \mathbb{R}^n in \mathbb{R}^m	276
10.2.1	Successioni a valori in \mathbb{R}^n ; insiemi compatti	278
10.2.2	Funzioni continue su un compatto	279
10.2.3	Curve parametrizzate	280
10.3	Limiti e continuità di funzioni a valori scalari	282
10.3.1	Uso dei teoremi di carattere generale	283
10.3.2	Funzioni discontinue: alcuni semplici esempi	285
10.3.3	Calcolo dei limiti	287
Capitolo 11 Calcolo differenziale per funzioni di più variabili	291	
11.1	Derivate direzionali e parziali di funzioni a valori scalari	291
11.2	Differenziabilità di funzioni a valori scalari	294
11.2.1	Integrali dipendenti da un parametro	301

11.3	Derivate di ordine superiore	302
11.4	Polinomio di Taylor	305
11.5	Insiemi convessi e funzioni convesse	307
11.6	Estremi liberi di funzioni a valori scalari	311
11.7	Derivabilità e differenziabilità di funzioni a valori vettoriali	315
Capitolo 12	Curve e integrali curvilinei	319
12.1	Curve in \mathbb{R}^n	319
12.1.1	Cambiamento di parametro	321
12.1.2	Integrabilità di funzioni vettoriali	322
12.2	Curve rettificabili, lunghezza	323
12.3	Integrali curvilinei di 1 ^a specie	326
12.4	Integrali curvilinei di 2 ^a specie. Forme differenziali	328
12.4.1	Forme differenziali lineari esatte e chiuse	330
12.4.2	Insiemi semplicemente connessi	336
Capitolo 13	Funzioni implicite ed estremi vincolati	339
13.1	Sistemi lineari e non lineari	339
13.1.1	$m = n$: il teorema di inversione locale	341
13.1.2	$m < n$: il teorema delle funzioni implicite	342
13.1.3	$m = 1, n = 2$: curve di livello	343
13.1.4	$m = 1, n = 3$: l'equazione $f(x, y, z) = c$	347
13.1.5	$m = 2, n = 3$: 2 equazioni in 3 incognite	349
13.2	Estremi vincolati di funzioni di due variabili	350
13.3	Estremi di funzioni di due variabili su insiemi chiusi con interno non vuoto	355
13.4	Estremi vincolati di funzioni di tre variabili	359
13.5	Il caso di funzioni di tre variabili con due vincoli	361
13.6	Estremi vincolati di funzioni di n variabili: il caso di m vincoli ($m < n$)	363
Capitolo 14	Integrali multipli	365
14.1	Integrali doppi su rettangoli	365
14.2	Integrali doppi: il caso generale	369
14.2.1	Domini semplici e formule di riduzione	372
14.3	Cambiamento delle variabili di integrazione per gli integrali doppi	376
14.3.1	Coordinate polari	378
14.3.2	Altri cambiamenti di variabili	382
14.3.3	L'integrale $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$	384
14.4	Integrali tripli	385
14.4.1	Formule di riduzione	386
14.4.2	Cambiamento di variabili. Coordinate cilindriche e sferiche	388
Capitolo 15	Superfici e integrali di superficie; teoremi della divergenza e del rotore	395
15.1	Superfici in \mathbb{R}^3	395
15.1.1	Superfici elementari	395
15.1.2	Orientabilità di superfici elementari regolari	399
15.1.3	Orientazione del bordo di superfici elementari invertibili	401
15.1.4	Superfici composte, orientabilità, orientazione del bordo	402
15.2	Integrali di superficie	404

15.3 Teorema della divergenza	407
15.3.1 Formule di Gauss-Green nel piano	408
15.3.2 Teorema del gradiente	410
15.3.3 Teorema della divergenza	413
15.4 Teorema del rotore	416

PARTE IV Equazioni differenziali

Capitolo 16 Equazioni differenziali ordinarie	421
16.1 Equazioni lineari del primo ordine	422
16.2 Equazioni del primo ordine in forma normale	428
16.3 Sistemi di equazioni del primo ordine	433
16.3.1 Sistemi di equazioni lineari del primo ordine	434
16.3.2 Sistemi di equazioni lineari omogenee del primo ordine a coefficienti costanti	436
16.4 Cenno al concetto di stabilità	440
16.5 Equazioni lineari del secondo ordine	444
16.6 Equazioni lineari di secondo ordine a coefficienti costanti	447
16.6.1 Equazioni omogenee	447
16.6.2 Equazioni non omogenee	448
16.7 Cenno ad alcune altre equazioni e metodi risolutivi	452
16.7.1 Riduzioni dell'ordine, equazioni di Legendre	452
16.7.2 Cambiamenti di variabile, equazioni di Eulero	453
16.7.3 Equazioni autonome del secondo ordine	454
16.7.4 Metodo di Frobenius, equazioni di Bessel	455

PARTE V Funzioni olomorfe e trasformate

Capitolo 17 Funzioni complesse	461
17.1 Derivata complessa; funzione olomorfa	461
17.2 Significato geometrico della derivata complessa	466
17.3 Integrali curvilinei di funzioni complesse	468
17.4 Teorema e formula integrale di Cauchy	470
17.5 Derivate di ordine superiore di funzioni olomorfe	475
17.6 Funzioni primitive	475
17.7 Serie di potenze e funzioni olomorfe	477
17.7.1 Serie di potenze complesse	477
17.7.2 Sviluppabilità in serie di potenze di funzioni olomorfe	478
17.8 Singolarità isolate: le serie di Laurent	480
17.9 Singolarità isolate: il teorema dei residui	483
Capitolo 18 Trasformata di Laplace	489
18.1 Definizione di trasformata di Laplace (unilatera)	489
18.2 Trasformata inversa	490
18.3 Prime proprietà; trasformate di funzioni elementari	494
18.4 Applicazioni	499
18.4.1 Equazioni differenziali ordinarie	499
18.4.2 Serie di Laurent e trasformata di Laplace	501
18.4.3 Prodotto di convoluzione; equazioni integro-differenziali	503

18.4.4 Delta di Dirac; fenomeni impulsivi	505
18.5 Trasformata bilatera	508
Capitolo 19 Serie e trasformata di Fourier	511
19.1 Serie di Fourier	511
19.2 Un'applicazione delle serie di Fourier	517
19.3 Trasformata di Fourier	522
19.3.1 Introduzione e definizione	522
19.3.2 Proprietà elementari della trasformata di Fourier	526
19.4 Trasformata di Fourier e serie di Fourier	527
19.5 Teorema di campionamento	528
19.5.1 Delta di Dirac e altre funzioni singolari	529
Indice analitico	533



www.ateneonline.it/bertsch

Appendice Elementi di algebra lineare

Soluzioni degli esercizi